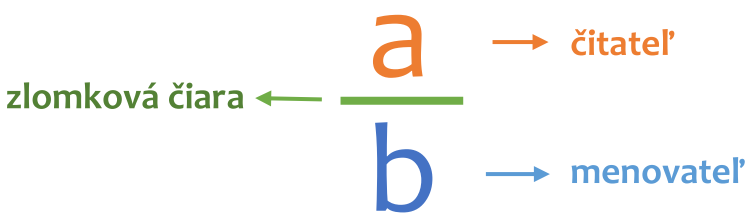
Zlomky, operácie so zlomkami

<u>**Čo je zlomok?**</u>

- predstavuje **časť nejakého celku**
- **podiel** dvoch výrazov (resp. čísel)
- zlomok obsahujúci iba celé čísla – **racionálne číslo** (množina **Q**)
- **zlomková čiara** znamená predstavuje matematickú operáciu **delenia,** teda:
    - aby mal zlomok zmysel, **nesmie byť menovateľ** *(výraz b)* **rovný nule**



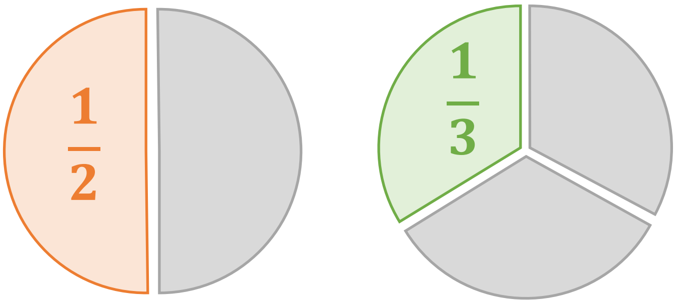
<u>Modelový príklad:</u>

ako **porovnám zlomky s rovnakým čitateľom ?**

Predstavím si dva ľubovoľné zlomky s rovnakým čitateľom (pre jednoduchosť použijeme zlomky s čitateľom 1), napríklad:

$$\frac{1}{2} \qquad \frac{1}{3}$$

Ak nad zlomkami uvažujem, môžem si uvedomiť, akú časť kruhu predstavujú:



Teda oba zlomky predstavujú jednu časť kruhu – kruh bol ale v oboch prípadoch rozdelený na rozdielne časti (na **polovice** a na **tretiny**). Teda čitateľa zlomku v tomto prípade ignorujem a všímam si iba menovateľa – ten predstavuje **na koľko častí bol rozdelený kruh** (ale potom vnímam iba jednu časť). Uvedomím si, že **zlomok s väčším číslom v menovateli je menší** *(a toto je aj pravidlo, ktoré používame a môžem si ho zapamätať)*. Potom teda:

$$\frac{1}{2} > \frac{1}{3}$$

PRAVIDLO:

Ak porovnávam zlomky s rovnakým čitateľom, **väčší zlomok** je ten, ktorý má **menšieho menovateľa.**

Alebo:

Ak porovnávam zlomky s rovnakým čitateľom, **menší zlomok** je ten, ktorý má **väčšieho menovateľa.**

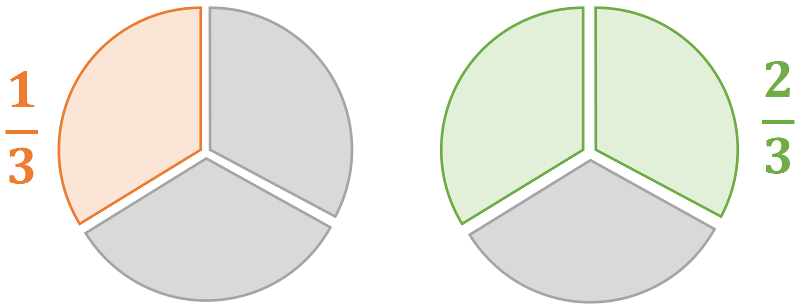
Modelový príklad:

ako **porovnám zlomky s rovnakým menovateľom ?**

Predstavím si dva ľubovoľné zlomky s rovnakým menovateľom, napríklad:

$$\frac{1}{3} \qquad \frac{2}{3}$$

Ak nad zlomkami uvažujem, môžem si uvedomiť, akú časť kruhu predstavujú:



Kruhy teda v oboch prípadoch rozdelím na rovnaké časti – **tretiny**. Menovateľa zlomku teda v tomto prípade ignorujem a všímam si iba čitateľa – ten predstavuje **počet tretín jednotlivých zlomkov**. Uvedomím si, že zlomok s **väčším číslom v čitateli je väčší** (**menší** (*a toto je aj pravidlo, ktoré používame a môžem si ho zapamätať*). Potom teda:

$$\frac{1}{3} < \frac{2}{3}$$

PRAVIDLO:

Ak porovnávam zlomky s rovnakým menovateľom, **väčší zlomok** je ten, ktorý má **väčšieho čitateľa**

Alebo:

Ak porovnávam zlomky s rovnakým menovateľom, **menší zlomok** je ten, ktorý má **menšieho čitateľa.**

<u>Modelový príklad:</u>

ako **porovnám zlomky** $\frac{1}{2}$ a $\frac{6}{7}$?

1. Táto úloha je odlišná ako porovnávanie zlomkov s rovnakým čitateľom, či menovateľom – v tomto prípade nemám ani jednu z dvojíc členov zhodných. **Prvým krokom teda je upraviť zlomky na rovnakého menovateľa** *(upravovať zlomky na rovnakého čitateľa je nepraktické a zdĺhavé).* Rovnakým menovateľom je číslo, ktoré je násobkom oboch menovateľov (teda čísla 2 a 7) – využitie najmenšieho spoločného násobku. *(z praktických dôvodov je dobré využívať práve najmenší spoločný násobok – aby som nepracoval s veľkými číslami)*. V tomto prípade je to číslo 14:

(spôsob, ako zlomky premeniť na rovnakého menovateľa je v úlohe na ďalšej strane)

$$\frac{1}{2} = \frac{7}{14} \qquad \frac{6}{7} = \frac{12}{14}$$

2. Teraz môžem zlomky porovnať ako zlomky s rovnakým menovateľom:

PRAVIDLO:

Ak porovnávam zlomky s rovnakým menovateľom, **väčší zlomok** je ten, ktorý má **väčšieho čitateľa**

$$\frac{7}{14} < \frac{12}{14}$$

3. Správne by som výsledok porovnávania mal zapísať s použitím pôvodných zlomkov a teda iba nahradím zlomky takto:

$$\frac{1}{2} < \frac{6}{7}$$

Modelový príklad:

ako **sčítam zlomky** $\frac{1}{2}$ a $\frac{6}{7}$?

1. Prvým krokom je **nájsť spoločného menovateľa** týchto dvoch zlomkov (najlepšie čo najmenší možný násobok týchto dvoch čísel), v tomto prípade použijeme číslo 14:

$$\frac{1}{2} + \frac{6}{7} = \frac{}{14}$$

2. Ďalším krokom je premeniť oba zlomky na zlomky s menovateľom 14, to urobíme v dvoch krokoch pre každý zlomok. Číslo 14 (náš spoločný menovateľ) **vydelím** pôvodným menovateľom (**2, resp. 7**) a následne tento podiel **vynásobím** čitateľom pôvodného zlomku (**1, resp. 6**), výsledok zapíšem do čitateľa nového zlomku a oddelím znamienkom, ktoré je medzi dvoma pôvodnými číslami (**+**). Graficky to môžeme znázorniť následovne:

$7 \cdot 1 = 7$

$$\frac{1}{2} + \frac{6}{7} = \frac{}{14}$$

$14 : 2 = 7$

$$\frac{1}{2} + \frac{6}{7} = \frac{7 +}{14}$$

$2 \cdot 6 = 12$

$$\frac{1}{2} + \frac{6}{7} = \frac{7 + 12}{14}$$

$14 : 7 = 2$

$$\frac{1}{2} + \frac{6}{7} = \frac{7 + 12}{14}$$

3. Záverečným krokom je **sčítať čitateľov** premeneného zlomku a **dostaneme výsledný zlomok.** Po vypočítaní sa ešte presvedčíme, že je zlomok v základnom tvare (čo v tomto prípade je):

$$\frac{1}{2} + \frac{6}{7} = \frac{7 + 12}{14} = \frac{19}{14}$$

Podobne riešime aj úlohy s odčítaním zlomkov

(iba znamienko + zameníme za -, postup zostáva rovnaký)

Modelový príklad:

ako **vynásobím zlomky** $\frac{1}{2}$ a $\frac{6}{8}$**?**

1. Prvým krokom je **zlomky dostať na základný tvar**, to môžem pri násobení spraviť krížovým pravidlom – pozriem sa na menovateľa jedného zlomku a čitateľa druhého (prípadne opačne) a zistím, že čísla 6 a 2 majú spoločného deliteľa (2), teda ich vydelím (dostanem čísla 3 a 2), to zapíšem následovne:

$$\frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}} \cdot \frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{8} =$$

2. Teraz postupne **vynásobím čitatele oboch zlomkov** (1·3) a **menovatele oboch zlomkov** (1·8) a dostanem výsledný zlomok $\frac{3}{8}$, ktorý **už je v základom tvare**, keďže sme upravili jednotlivé zlomky pred násobením (v prípade, že by sme to neurobili, musíme upraviť na základný tvar výsledný zlomok):

$$\frac{1}{\underset{1}{\cancel{2}}} \cdot \frac{\overset{3}{\cancel{6}}}{8} = \frac{1 \cdot 3}{1 \cdot 8} = \frac{3}{8}$$

Modelový príklad:

ako **vydelím zlomky** $\frac{1}{2}$ a $\frac{1}{3}$**?**

1. Prvý zlomok ponechám v pôvodnom tvare a druhý zlomok otočím, znamienko delenia nahradím znamienkom násobenia:

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{1} =$$

2. Teraz môžem príklad **riešiť postupom pre násobenie zlomkov** a dostanem výsledok:

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{3} = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{1} = \frac{3}{2}$$

Modelový príklad:
ako **upravím zložený zlomok na jednoduchý ?**

1. Zložený zlomok má vo svojom zápise **viac než iba jednu zlomkovú čiaru** – prvým dôležitým krokom je teda identifikovať, ktorá zlomková čiara je hlavná. Pravidlom je, že hlavná zlomková čiara je najdlhšia a spravidla sa pri zápise nachádza v strede riadka. Každá ďalšia zlomková čiara je kratšia – zlomky sa môžu skladať aj z veľkého počtu zlomkových čiar, väčšinou sa ale stretneme s použitím dvoch úrovní zlomkových čiar:

$$\dfrac{\;\frac{1}{2}\;}{\;\frac{3}{4}\;} \quad \begin{array}{l} \longrightarrow \text{čitateľ} \\[2em] \longrightarrow \text{menovateľ} \end{array}$$

Keď sa na úlohu pozrieme pozorne, uvedomíme si, že v **čitateli** a zároveň aj **menovateli** zlomku, ktorý sme identifikovali ako hlavný sa nachádzajú ďalšie zlomky.

2. Vieme, že zlomková čiara znamená matematickú operáciu delenia a teda logickou úvahou môžeme usúdiť, že jednotlivé zlomky môžeme navzájom vydeliť a výsledkom je **zlomok s jednou zlomkovou čiarou (jednoduchý zlomok)** *(ten ešte môžeme upraviť na základný tvar):*

$$\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{6}$$

Vo väčšine prípadov ale používame rýchlejší spôsob na úpravu zložených zlomkov:

1. Používame pravidlo „vonkajší s vonkajším, vnútorný s vnútorným,“ kde vynásobíme **vonkajšie členy** *(nachádzajúce sa ďalej od hlavnej zlomkovej čiary)* zloženého zlomku **vnútornými členmi** *(nachádzajúce sa pri hlavnej zlomkovej čiare).* Vonkajšie členy sa stanú **čitateľom výsledného zlomku** a vnútorné členy **menovateľom**:

vonkajší
s vonkajším
$(1 \cdot 4 = 4)$

$$\dfrac{\;\frac{1}{2}\;}{\;\frac{3}{4}\;}$$

vnútorný
s vnútorným
$(2 \cdot 3 = 6)$

$$\Rightarrow \frac{4}{6}$$